



**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 30 ΜΑΪΟΥ 2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελ.30

A2. Θεωρία σχολικό σελ. 13

A3. Θεωρία σχολικό σελ. 59

A4. α. Σωστό

β. Λάθος

γ. Λάθος

δ. Λάθος

ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1.

Είναι $v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 6 + 8 + 12 + 14 = 40$

B2. Έχουμε

$$f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{12}{40} = 0,3, \quad f_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{8}{40} = 0,2, \quad f_3 = \frac{v_3}{v} = \frac{14}{40} = 0,35, \quad f_4 = \frac{v_4}{v} = \frac{6}{40} = 0,15$$

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	$x_i \cdot v_i$
[2,4)	3	12	0,3	36
[4,6)	5	8	0,2	40
[6,8)	7	14	0,35	98
[8,10)	9	6	0,15	54
Σύνολο		40	1	228

B3.

α) Η μέση τιμή ισούται με $\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i = \frac{228}{40} = 5,7$ χιλιάδες ευρώ

β) Οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες. Επομένως στη κλάση [4,6) αντιστοιχούν 8 παρατηρήσεις και έστω στη κλάση [4,5 , 6) αντιστοιχούν x παρατηρήσεις. Τότε $\frac{2}{1,5} = \frac{8}{x} \Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow x = 6$.

Επομένως οι πωλητές που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4.5 χιλιάδων ευρώ είναι $6+14+6=26$ πωλητές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η συνάρτηση $f(x) = 4x^3 - \frac{7}{2}x^2 + x - 1$ είναι παραγωγίσιμη με παράγωγο

$f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$. Λύνουμε την εξίσωση $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 7x + 1 = 0$ (1).

Είναι $\Delta = 1 > 0$. Επομένως η εξίσωση (1) έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες τις

$x_1 = \frac{7+1}{24} = \frac{1}{4}$ ή $x_2 = \frac{7-1}{24} = \frac{1}{3}$ ($x_1 < x_2$).

Η μονοτονία και τα ακρότατα της συνάρτησης βρίσκονται από τον πίνακα που ακολουθεί,

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
f(x)		↗	↘	↗

Η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στη θέση $x_1 = \frac{1}{4}$ και τοπικό ελάχιστο στη θέση $x_2 = \frac{1}{3}$.

Επομένως είναι $P(K) = x_1 = \frac{1}{4}$ και $P(A) = x_2 = \frac{1}{3}$.

Από τον αξιωματικό ορισμό έχουμε $P(A) + P(K) + P(\Pi) = 1 \Leftrightarrow P(\Pi) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

Γ2. Οι ζητούμενες πιθανότητες είναι,

Τα ενδεχόμενα A και K είναι ασυμβίβαστα άρα

$$P(\Gamma) = P[(K \cup A)] = P(K) + P(A) = \frac{7}{12}$$

$$P(\Delta) = P[(K \cup A)'] = 1 - P(K \cup A) = \frac{5}{12}$$

Επειδή το ενδεχόμενο Δ είναι η μπάλα που επιλέγεται να μην είναι κόκκινη ούτε άσπρη, αυτό σημαίνει θα είναι πράσινη επομένως, $P(\Pi) = P(\Delta) = \frac{5}{12}$

Είναι,

$$P(E) = P[A \cup \Pi'] = P(A) + P(\Pi') - P(A \cap \Pi') = P(A) + 1 - P(\Pi) - (P(A) - P(A \cap \Pi)) \Leftrightarrow$$

$$P(E) = P(A) + 1 - P(\Pi) - P(A) = 1 - P(\Pi) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

Γ3.

$$N(A) = N(\Pi) - 4 \Leftrightarrow \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{N(\Pi)}{N(\Omega)} - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow P(A) = P(\Pi) - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow$$

$$N(\Omega) = 48$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Είναι x dm η μία πλευρά και έστω y dm η άλλη πλευρά της βάσης του ορθογωνίου. τότε $2x + 2y = 20 \Leftrightarrow x + y = 10 \Leftrightarrow y = 10 - x$ (1).

Επομένως το εμβαδόν επιφάνειας του κουτιού ισούται με

$$E = 10x + 10y + xy = 10x + y(10 + x) \stackrel{(1)}{=} 10x + (10 - x)(10 + x) = -x^2 + 10x + 100$$

Θεωρούμε τη συνάρτηση $E(x) = -x^2 + 10x + 100$, $0 < x < 10$

Η συνάρτηση $E(x) = -x^2 + 10x + 100$ είναι παραγωγίσιμη με παράγωγο $E'(x) = -2x + 10$. Λύνουμε την εξίσωση $E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = 5$.

Η μονοτονία και τα ακρότατα της συνάρτησης βρίσκονται από τον πίνακα που ακολουθεί,

x	0	5	10
$E'(x)$	+	0	-
$E(x)$		↗	↘

Επομένως το κουτί έχει μέγιστη επιφάνεια γίνεται μέγιστο για $x = 5 \text{ dm}$

Δ2.

α) Λύνουμε την εξίσωση $s^2 - 5s + 2 = 0$ (2)

Είναι $\Delta = 9 > 0$. Επομένως η εξίσωση (2) έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες τις

$$s = \frac{5+3}{4} = 2 \quad \text{ή} \quad s = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}.$$

- Αν $s = 2$ τότε ο συντελεστής μεταβολής ισούται με $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} > \frac{1}{10}$ δεκτή διότι το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

- Αν $s = \frac{1}{2}$ τότε ο συντελεστής μεταβολής ισούται με $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\frac{1}{2}}{8} = \frac{1}{16} < \frac{1}{10}$ απορρίπτεται διότι το δείγμα είναι ομοιογενές σε αυτή τη περίπτωση.

β) Ο τύπος της διακύμανσης γίνεται,

$$s^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^v t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^v t_i \right)^2}{v} \right] = \left[\frac{\sum_{i=1}^v t_i^2}{v} - \frac{\left(\sum_{i=1}^v t_i \right)^2}{v^2} \right] = \left[\frac{\sum_{i=1}^v t_i^2}{v} - \left(\frac{\sum_{i=1}^v t_i}{v} \right)^2 \right] = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

Οπότε $\overline{x^2} = s^2 + \bar{x}^2 = 4 + 64 = 68$

Δ3.

Η συνάρτηση $E(x)$ από το πίνακα μονοτονίας προκύπτει ότι είναι γνησίως φθίνουσα.

Οπότε αφού $5 = x_1 < x_2 < \dots < x_{15} = 9$ ισχύει $E(5) > E(x_2) > \dots > E(9)$. Άρα το εύρος των $y_i = E(x_i)$ ισούται με $R = E(5) - E(9) = 125 - 109 = 16$.

Οπότε λύνουμε την ανίσωση

$$E(x) > -4x + 9R + 1 \Leftrightarrow -x^2 + 10x + 100 > -4x + 144 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 14x + 45 < 0. \text{ Επομένως } 5 < x < 9.$$

Άρα το ενδεχόμενο B είναι το $B = \{(x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_{14}, y_{14})\}$. Επομένως σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας είναι $P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}$

Ο.Ε.Φ.Ε.Σ.Ε.Φ.Α.